

# Controlo de Qualidade:

## 2 – Diagnóstico estatístico de processos por estimativas indirectas

JORGE L.G.F.S. COSTA PEREIRA\*

Neste trabalho apresentam-se procedimentos estatísticos adequados ao diagnóstico de situações de falta de conformidade aplicadas a cartas de controlo de posição. Este método de fundamento matemático-estatístico permite uma abordagem mais genérica e eficiente no diagnóstico de anomalias em processos estocásticos que suplanta o número limitado de “regras de ouro”

postuladas por outras entidades. Três das situações de diagnóstico de falta de conformidade, previamente estabelecidas através da norma ISO 8258:1991, são aqui desmistificadas permitindo ainda ao leitor atento, estender este modo de abordagem a qualquer caso, abstracto ou concreto, através do recurso a uma vulgar folha de cálculo.

### Introdução

As cartas de controlo de posição são ferramentas extremamente importantes na caracterização da evolução temporal de um processo aleatório, permitindo detectar algumas situações de anomalia. Este trabalho procura desmistificar estatisticamente alguns dos postulados enunciados pela norma ISO 8258:1991 relacionados com a detecção e reconhecimento de anomalias em processos estocásticos. Assim, antes de avançarmos para o cerne desta questão é de todo conveniente rever os fundamentos estatísticos essenciais a esta abordagem.

A estatística [1] incide sobre variáveis sujeitas a erro puramente aleatório e, como tal, pressupõe à partida a ausência de qualquer efeito ou contribuição sistemática sobre os valores reais da variável em causa. Assume ainda que, a grandeza em causa apresente uma contribuição inerente sob a forma de erro aleatório aditivo e independente. Assim, qualquer valor obtido ( $x_i$ ) resulta de duas contribuições

$$x_i = \mu + \varepsilon_i \quad (1)$$

a componente constante característica do processo ( $\mu$ ) e a contribuição aleató-

ria ( $\varepsilon_i$ ), com efeito global nulo. Por motivo de simplificação assume-se ainda que a componente estocástica apresenta uma distribuição normal.<sup>1</sup>

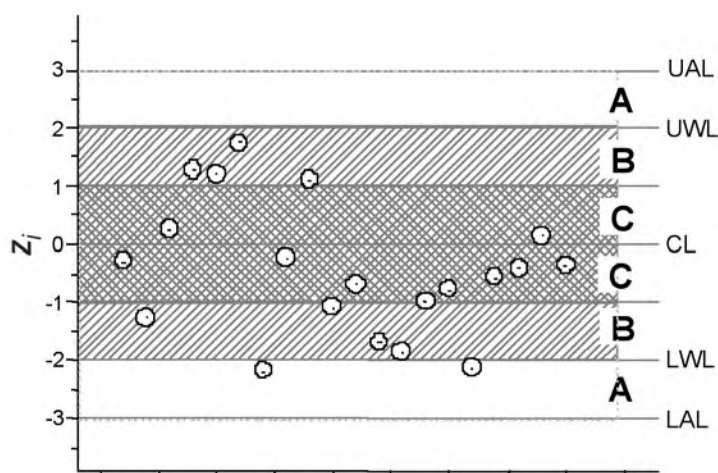
As cartas de controlo de posição representam a evolução temporal dos valores obtidos, sobrepostos sobre determinadas linhas de orientação e referência – a linha central (CL) que indica o valor mais provável e as linhas de aviso (WL) e de acção (AL) que limitam as regiões com probabilidade de incidência de cerca de 95% e 99% dos valores experimentais, respectivamente, fig. 1.

Para se poder efectuar facilmente a inferência estatística de qualquer variável aleatória, é de todo conveniente efectuar previamente a sua normalização utilizando as respectivas estimativas correctas de posição ( $\bar{x}$ ) e de dispersão ( $s_x$ )

$$z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s_x} \quad (2)$$

Assim, a carta de controlo passa a estar centrada na origem e as linhas de acção posicionadas a  $\pm 3$ , cfr. figura 1.

**Figura 1** Representação esquemática de uma carta de controlo posicional com indicação das linhas central, de acção e de aviso.



\* Departamento de Química, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra, 3004-535 Coimbra (jcpereira@qui.uc.pt)

<sup>1</sup> Esta simplificação permite estimar com rigor intervalos de confiança simétricos associados à distribuição em causa.

É ainda vantajoso representar as linhas referentes a  $z = \pm 1$  dado que, deste modo, o espaço compreendido entre as linhas de acção fica equitativamente subdividido em seis faixas, facilitando a interpretação estatística do fenómeno.

Qualquer valor que incida sobre a faixa central (C) possui uma probabilidade individual extremada pelos valores  $0.159 \leq p_i \leq 0.500$ ; se este cair na faixa intermédia (B) esta será de  $0.023 \leq p_i \leq 0.159$ . Quando o valor se encontra na faixa de aviso (A), a probabilidade associada está confinada aos valores  $0.001 \leq p_i \leq 0.023$ , enquanto que, a probabilidade de um valor ultrapassar os limites de acção é insignificante ( $p_i < 0.001$ ).

### Diagnóstico de anomalias

Neste trabalho iremos abordar as situações mais complexas, não contempladas no trabalho anterior [2], mas passíveis de serem estimadas através de cálculos probabilísticos relacionados com a distribuição t-student e normal. De entre as “regras de ouro” sugeridas pela norma ISO 8258:1991 para o diagnóstico de anomalias em processos seguidos através de cartas de controlo de posições, vamos focar a nossa atenção sobre os seguintes postulados:

3. Numa sucessão de cinco valores, quatro destes caírem na zona intermédia.

5. Numa sucessão de oito valores consecutivos todos caírem na zona intermédia sem que nenhum destes pertença à região central.

8. Sucessão de quinze valores em ambas faixas centrais.

### Estimativa directa

A análise de situações de falta de conformidade, segundo a nossa perspectiva estatística, passa por cumprir um conjunto sequencial de preceitos por forma a permitir diagnosticar estatisticamente

cada situação. Esta sequência consiste em:

- normalizar a variável aleatória,
- percorrer os valores e registar o número de vezes que ocorre alteração de sinal (NSC)<sup>2</sup> na variável normalizada – de cada vez que esta variável atinge o valor zero ou muda de sinal o contador NSC deve ser incrementado em uma unidade. Devido a essas mudanças de sinal, o conjunto inicial de valores fica agora subdividido em (NSC+1) grupos de valores com o mesmo sinal,
- estimar a probabilidade individual de cada valor ( $p_i$ ) recorrendo à função estatística da folha de cálculo referente à distribuição t-student,

$$p_i = p(x_i) = tdist(z_i, ndf, tails) \quad (3)$$

onde “ndf” representa o número de graus de liberdade da estimativa central e “tails” está relacionado com a simetria do valor da distribuição de t (tails = 1 para a distribuição unilateral),

- estimar a probabilidade conjunta de cada grupo através de

$$\begin{aligned} P_i &= p(x_1 \wedge x_2 \wedge \dots \wedge x_n) = \\ &= p(x_1) \times p(x_2) \times \dots \times p(x_n) = \\ &= \prod_{j=1}^{n_i} p(z_j) \end{aligned} \quad (4)$$

- estimar a probabilidade global da amostra

$$P = \frac{1}{(NSC + 1)} \sum_{i=0}^{NSC} P_i \quad (5)$$

- comparar os valores estimados com os limites de aceitação e rejeição.

No diagnóstico de situações de falta de conformidade devem ser utilizadas duas perspectivas complementares – olhando à estimativa obtida em cada grupo de

valores ( $P_i$ ) e ainda à probabilidade global ( $P$ ) da totalidade da amostra.

Estatisticamente considera-se que eventos com probabilidade de ocorrência acima de 0.05 representam situações normais, perfeitamente justificáveis através de efeitos puramente aleatórios. Probabilidades de ocorrência com valores situados abaixo de 0.01 indicam alterações significativas ao processo, enquanto que, valores situados entre estes dois limites podem ser aceites, com as devidas reservas, já que sugerem uma eventual alteração do processo. Contudo, dado que estes cálculos estatísticos são efectuados de uma forma unilateral<sup>3</sup>, os valores limites a considerar neste caso correspondem a 0.025 e 0.005, respectivamente.

### Exemplo 1

A título de exemplo, vamos aplicar este procedimento a uma amostra sintética, obtida por simulação com geradores de números aleatórios com distribuição normal ( $\mu = 10.00$ ,  $\sigma = 0.10$ ). Na tabela 1 apresentam-se os vinte primeiros valores obtidos, representados na figura 2 sob a forma normalizada<sup>4</sup>. Nesta figura é patente a ocorrência de seis mudanças de sinal (NSC = 6) o que implica a subdivisão dos valores em 7 grupos, identificados com números de 0 a 6.

Com base nos valores das probabilidades individuais ( $p_i$ ), tabela 1, estima-se a probabilidade conjunta de cada grupo identificado ( $P_i$ ), eq.(4), e a probabilidade global da amostra colhida ( $P$ ), eq.(5). Estes resultados encontram-se na tabela 2. Efectuando uma inspecção sobre cada grupo de valores, verifica-se que ocorreram duas anomalias (grupos 1 e 4,  $P_i < 0.005$ ) e que o grupo 2 apresenta uma probabilidade muito baixa. Regista-se assim duas anomalias dentro de seis situações favoráveis, sugerindo que estas situações são fortuitas. De facto, em termos globais, verifica-se que a probabilidade do arranjo global obtido é aceitável ( $P = 0.143$ ).

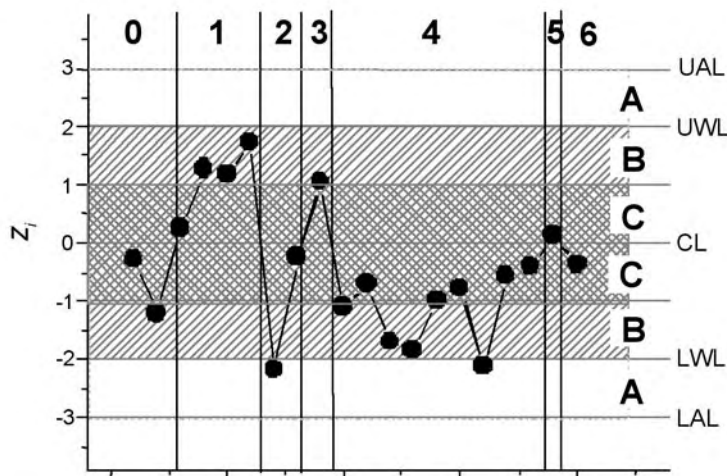
<sup>2</sup> Number of Signal Changes.

<sup>3</sup> A razão de ser das estimativas estatísticas serem unilaterais prende-se com o facto de um determinado valor da carta de controlo só poder estar presente num dos seus semi-dominios, positivo ou negativo da variável normalizada, sendo estes simétricos.

<sup>4</sup> Na normalização destes valores foram utilizados os valores previamente fornecidos na simulação ( $\mu = 10.00$ ,  $\sigma = 0.10$ ).

**Tabela 1** Valores obtidos através de simulação com uma distribuição normal ( $\mu = 10.00$ ,  $\sigma = 0.10$ ).

$x_i$	$z_i$	$p_i$	grupo
9.97	-0.30	0.382	0
9.88	-1.20	0.115	
10.02	0.24	0.405	1
10.13	1.27	0.102	
10.12	1.19	0.117	
10.17	1.73	0.042	
9.78	-2.18	0.015	2
9.98	-0.23	0.409	
10.11	1.05	0.147	3
9.89	-1.09	0.138	4
9.93	-0.69	0.245	
9.83	-1.69	0.046	
9.82	-1.84	0.033	
9.90	-0.97	0.166	
9.92	-0.77	0.221	
9.79	-2.11	0.017	
9.94	-0.56	0.288	
9.96	-0.40	0.345	
10.01	0.13	0.448	5
9.96	-0.36	0.359	6



**Figura 2** Carta de controlo posicional dos valores da tabela 1 sob a forma normalizada.

**Tabela 2** Reconhecimento estatístico de situações de falta de conformidade na amostra simulada.

grupo	$n_i$	$P_i$	Obs.
0	2	0.044	
1	4	0.000	x
2	2	0.006	?
3	1	0.147	
4	9	0.000	x
5	1	0.448	
6	1	0.359	
Global	20	0.143	

Observações: "x" – anomalia detectada; "?" – situação dúbia.

Os valores da tabela 2 permitem ainda concluir que as situações de risco estão tendencialmente associadas aos grupos de maior dimensão ( $n_i$ ) causados essencialmente pela falta de aleatoriedade, evidenciada pela baixa alternância de sinal.

Neste caso, o grupo 4 apresenta uma baixa aleatoriedade podendo evidenciar alguma anomalia do gerador de números aleatórios – este pode apresentar algumas falhas pontuais mas, em termos globais, comporta-se como um gerador de números aleatórios com distribuição normal.

A probabilidade global ( $P$ ) de um determinado arranjo, eq.(5), corresponde a uma média das probabilidades conjuntas de cada grupo ( $P_i$ ) sobre o número total de grupos ( $NSC+1$ ). Dado que a probabilidade individual de cada valor ( $p_i$ ) é inferior ou igual a 0.500, deduz-se que, quanto maior o número de elementos no mesmo grupo, menor será a probabilidade correspondente a esse grupo, eq.(4).

Com este exemplo pretendemos demonstrar como se deve efectuar a avaliação de um caso concreto. Todavia, os postulados estão geralmente definidos em termos genéricos, sendo possível encontrar diversos arranjos de valores correspondentes à mesma situação. Neste caso a estimativa directa da probabilidade por si só não funciona, dado que se tem de considerar adicionalmente a representatividade de cada arranjo dentro do seu domínio.

### Estimativa indirecta

Quando a situação descrita contempla diversos arranjos possíveis, podendo cada arranjo apresentar probabilidades globais ( $P$ ) distintas, esta estimativa directa deve ser ponderada com a respectiva representatividade do evento em causa.

A probabilidade de ocorrência de cada arranjo ( $\pi_i$ ) resulta da ponderação da representatividade desse arranjo ( $m_i$ ) em relação ao seu domínio ( $\sum m_i$ ). Assim, para um determinado arranjo que apresente  $m_i$  configurações equiva-

lentes (equiprováveis), a probabilidade de ocorrência desse arranjo é dada por

$$\pi_i = \frac{m_i}{\sum_j m_j} \quad (6)$$

Neste caso, este factor de ponderação deve afectar a probabilidade estimada para o arranjo em causa ( $P$ ) através de

$$P^* = P \times \pi_i \quad (7)$$

sendo  $P^*$  a probabilidade corrigida, aqui designada de estimativa indirecta.

A abordagem deste tipo de situações requer que se siga o seguinte procedimento de cálculo:

- estimar o número de arranjos possíveis abrangidos pela situação ( $m_j$ ),
- estimar a representatividade de cada arranjo ( $\pi_j$ ), eq.(6),
- efectuar a extremação<sup>5</sup> da probabilidade directa de cada arranjo ( $P$ ), eq.(5),
- estimar a probabilidade corrigida ( $P^*$ ), eq.(7),
- confrontar os valores estimados com os limites de aceitação no sentido de detectar as anomalias do processo.

As situações encontradas devem ser reportadas atendendo à sobreposição da estimativa de probabilidade encontrada sobre o intervalo de referência [0.005, 0.025]. Se o valor mínimo ( $P^*_{min}$ ) estiver acima deste intervalo, a situação é considerada normal enquanto que, se o valor máximo ( $P^*_{max}$ ) estiver abaixo do mesmo, esta situação deve ser considerada anómala (assinalada nas observações com um “x”). As situações intermédias em que ambos intervalos se sobrepõem serão consideradas como situações dúbias (assinaladas com um “?”).

**Tabela 3** Diagnóstico de anomalias por estimativa indirecta (exemplo ilustrativo).

NSC	Faixa ocupada pelo valor distinto					
	B			C		
	0	1	2	0	1	2
Combinações	$C_0^2$	$C_1^2$	$C_2^2$	$C_0^2$	$C_1^2$	$C_2^2$
$m_j$	1	2	1	1	2	1
$\pi_j$	0.125	0.250	0.125	0.125	0.250	0.125
$P_{min}$	0.000	0.011	0.008	0.000	0.053	0.054
$P_{max}$	0.000	0.080	0.068	0.000	0.167	0.182
$P^*_{min}$	0.000	0.003	0.001	0.000	0.013	0.007
$P^*_{max}$	0.000	0.020	0.009	0.000	0.042	0.023
Observações:	x	?	?	x	?	?

### Exemplo 2

A título ilustrativo, vamos verificar, por exemplo, se o seguinte postulado pode ou não corresponder a uma anomalia:

“Sucessão de três valores em que dois destes caem na zona de aviso”.

Olhando para a falta de especificidade deste postulado, apenas se sabe que um dos três valores não pertence à zona de aviso e que o número de mudanças de sinal pode variar entre 0 e 2. Vamos assumir que o valor distinto é menos problemático que os restantes valores o que exige que este se possa localizar tanto na faixa central (C) como na faixa intermédia (B).

Considerando apenas o efeito da alteração do sinal, é possível encontrar 3 arranjos distintos para os grupos formados com NSC a variar entre 0 e 2. Assumindo que o sinal da variável normalizada apresenta uma distribuição binomial simétrica ( $p=q=0.5$ )<sup>6</sup>, o número de arranjos equiprováveis ( $m_j$ )

possíveis pode ser estimado através do cálculo combinatório.

Dado que o valor distinto apresenta duas hipóteses de localização, o número total de grupos a considerar deve ser o dobro em relação à situação mais simples. Os resultados estão contemplados na tabela 3.

Nesta tabela pode-se verificar que todas as situações encontradas são no mínimo dúbias, sugerindo que de facto esta regra pode ser utilizada no diagnóstico de anomalias.

Com base nestes conceitos passaremos de seguida à interpretação das regras sugeridas pela norma em causa.

### Interpretação dos postulados

“3. Numa sucessão de cinco valores, quatro destes caírem na zona intermédia.”

Este postulado parece algo vago já que não especifica se todos os elementos se encontram do mesmo lado da linha

**Tabela 4** Valores referentes à análise da regra 3.

NSC	0	1	2	3	4
Combinações	$C_0^4$	$C_1^4$	$C_2^4$	$C_3^4$	$C_4^4$
$m_j$	1	4	6	4	1
$\pi_j$	0.063	0.250	0.375	0.250	0.063
$P_{min}$	0.000	0.001	0.015	0.017	0.018
$P_{max}$	0.000	0.250	0.221	0.211	0.227
$P^*_{min}$	0.000	0.000	0.006	0.004	0.001
$P^*_{max}$	0.000	0.063	0.083	0.053	0.014
Obs.:	x	?	?	?	?

<sup>5</sup> Entenda-se por extremação estimar os limites máximo ( $P_{max}$ ) e mínimo ( $P_{min}$ ) para a probabilidade em causa.

<sup>6</sup> A distribuição normal é simétrica e como tal a probabilidade de encontrar valores acima da média é idêntica à dos valores abaixo desta.

central ou se ocorre alguma alternância de sinal. Há ainda incerteza acerca do posicionamento do ponto isolado, que não pertence à zona intermédia. Para cada possibilidade de localização do ponto isolado vão estar presentes cinco situações distintas, cada uma definida por um valor distinto de NSC. Existem duas situações extremas compatíveis com este enunciado: uma, com baixa probabilidade global, que requer NSC = 0 e outra de probabilidade global máxima, correspondendo ao máximo de alternância de sinal (NSC = 4). Entre estas duas situações limite existem outros três tipos de arranjos possíveis. O número de configurações distintas ( $m_j$ ) correspondentes a cada arranjo pode ser estimado com base no cálculo combinatório, sendo 16 ( $=2^4$ ) o número total destas configurações.

Enquanto que a situação extrema correspondente a NSC = 0 constitui claramente uma situação de anomalia<sup>7</sup>,

$$\frac{0.159 \times (0.023)^4}{(1+0)} = 4.4 \times 10^{-8} \leq P \leq \frac{0.500 \times (0.159)^4}{(1+0)} = 3.2 \times 10^{-4}$$

a outra situação extrema (NSC = 4) pode não constituir uma situação anómala dado que, na pior das hipóteses<sup>8</sup>

$$\frac{0.001 + 4 \times 0.023}{(1+4)} = 0.018 \leq P \leq \frac{0.023 + 4 \times 0.159}{(1+4)} = 0.036$$

pode-se obter valores acima do limite 0.025; já numa situação mais favorável,

$$\frac{0.001 + 4 \times 0.023}{(1+4)} = 0.018 \leq P \leq \frac{0.023 + 4 \times 0.159}{(1+4)} = 0.036$$

esta seria nitidamente aceitável.

Na tabela 4 encontram-se sistematizados os respectivos valores.

Olhando para os valores extremos da probabilidade corrigida ( $P_{min}^*$  e  $P_{max}^*$ ), tabela 4, verifica-se que este postulado corresponde a uma falta de conformidade generalizada – um dos arranjos é anómalo enquanto que os seguintes são

dúbios, levando à confirmação de que há motivos para aceitar este postulado como um teste válido na detecção de anomalias.

“5. Numa sucessão de oito valores consecutivos todos caírem na zona intermédia sem que nenhum destes pertença à região central.”

Este enunciado é menos vago que o anterior. Agora sabemos que os oito pontos pertencem todos à região intermédia (B). Neste caso apenas temos que nos preocupar com o número de arranjos possíveis resultantes do efeito da alternância do sinal da variável normalizada. Neste caso ( $n = 8$ ) o número máximo de alternâncias de sinal é de 7 (NSC  $\leq (n - 1)$ ), sendo esperadas 8 situações distintas. O número total de arranjos possíveis é de 128 ( $=2^7$ ). Na tabela 5 estão patentes as estimativas de probabilidade global referentes a cada um dos grupos. Após a devida ponderação

com a representatividade de cada arranjo, verifica-se, neste caso, que todas as situações correspondem, na melhor

das hipóteses, a situações dúbias, o que

permite inferir que este postulado traduz de facto uma situação de anomalia.

“8. Sucessão de quinze valores em ambas faixas centrais.”

Esta situação também apresenta alguma facilidade de abordagem já que todos os valores incidem sobre a faixa central, com probabilidades individuais limitadas pelos valores  $0.159 \leq p_i \leq 0.500$ . Assim, os arranjos distintos que podem surgir devem-se apenas à diferença na alternância de sinal. Com 15 valores pode-se obter um máximo de NSC = 14. Deste modo vão existir 15 grupos, sendo o de menor probabilidade global o grupo 0 (NSC = 0) e o de maior probabilidade global o grupo 14 (NSC = 14). O número total de arranjos destes grupos é de 16 384 ( $=2^{14}$ ). Os resultados correspondentes a esta situação encontram-se sistematizados na tabela 6.

Olhando para os valores da probabilidade corrigida, tabela 6, existem, surpreendentemente, dois casos onde a probabilidade atingida é aceitável (grupos 7 e 8) sendo estas situações consideradas normais. Estes dois grupos têm uma representatividade de 39.2% no domínio das possibilidades previstas. Assim, este teste pode não traduzir de facto uma situação de anomalia relacionada com a posição. Eventualmente, o problema descrito está mais relacionado com uma diminuição da dispersão do fenómeno visto que o aumento da densidade de pontos na faixa central tendem a reduzir a estimativa da dispersão.

**Tabela 5** Estimativas referentes à regra 5.

NSC	0	1	2	3	4	5	6	7
Combin.	$C_0^7$	$C_1^7$	$C_2^7$	$C_3^7$	$C_4^7$	$C_5^7$	$C_6^7$	$C_7^7$
$m_j$	1	7	21	35	35	21	7	1
$\pi_j$	0.008	0.055	0.164	0.273	0.273	0.164	0.055	0.008
$P_{min}$	0.000	0.011	0.015	0.017	0.018	0.019	0.020	0.023
$P_{max}$	0.000	0.079	0.106	0.119	0.127	0.133	0.140	0.159
$P_{min}^*$	0.000	0.001	0.002	0.005	0.005	0.003	0.001	0.000
$P_{max}^*$	0.000	0.004	0.017	0.033	0.035	0.022	0.008	0.001
Obs.	x	x	?	?	?	?	?	x

<sup>7</sup> Este cálculo considera a situação mais favorável em que se tem um valor na faixa central (C) e 4 valores na faixa intermédia (B) adjacente.

<sup>8</sup> A situação mais desfavorável corresponde a ter um valor na faixa de aviso (A).

Tabela 6 Estimativas referentes à regra 8.

NSC	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Combin.	$C_0^{14}$	$C_1^{14}$	$C_2^{14}$	$C_3^{14}$	$C_4^{14}$	$C_5^{14}$	$C_6^{14}$	$C_7^{14}$	$C_8^{14}$	$C_9^{14}$	$C_{10}^{14}$	$C_{11}^{14}$	$C_{12}^{14}$	$C_{13}^{14}$	$C_{14}^{14}$
$m_j$	1	14	91	364	1001	2002	3003	3432	3003	2002	1001	364	91	14	1
$\pi_j$	0.000	0.001	0.006	0.022	0.061	0.122	0.183	0.209	0.183	0.122	0.061	0.022	0.006	0.001	0.000
$P_{\min}$	0.000	0.079	0.106	0.119	0.127	0.132	0.136	0.139	0.141	0.143	0.144	0.145	0.147	0.149	0.159
$P_{\max}$	0.000	0.250	0.333	0.375	0.400	0.417	0.429	0.438	0.445	0.452	0.457	0.464	0.471	0.482	0.500
$P_{\min}^*$	0.000	0.000	0.001	0.003	0.008	0.016	0.025	0.029	0.026	0.017	0.009	0.003	0.001	0.000	0.000
$P_{\max}^*$	0.000	0.000	0.002	0.008	0.024	0.051	0.079	0.092	0.082	0.055	0.028	0.010	0.003	0.000	0.000
Obs.:	×	×	×	?	?	?	?			?	?	?	×	×	×

Através deste trabalho estamos cientes que este método matemático-estatístico proposto permite uma abordagem mais genérica e eficiente no diagnóstico de anomalias em processos estocásticos, suplantando o número limitado de “regras de ouro” postuladas por outras

entidades, podendo ser aplicado este tipo de abordagem a qualquer outra situação, abstracta ou concreta, usando como ferramenta de trabalho uma vulgar folha de cálculo.

Bibliografia

[1] L. Sachs, 'Applied Statistics: a handbook of techniques', Springer, New York, 1978.

[2] J.L.G.F.S. Costa Pereira, *Química*, **101** (2006) 40-43.



## EC subsidizes European scientific visitor programme

**More information:**  
[www.sara.nl](http://www.sara.nl)

**The project runs until 2007**  
**Deadlines for registration in 2006:**  
**31 August - 15 November**

**Participating HPC centres:**  
SARA (Amsterdam)  
CINECA (Bologna)  
CEPBA-CESCA (Barcelona)  
IDRIS (Paris)  
HLRS (Stuttgart)  
EPCC (Edinburgh)

**The HPC-Europa programme enables European scientists to conduct their research using supercomputer facilities in Europe.**

The HPC-Europa programme provides:

- Travel and living expenses
- Intellectual collaborative work environment
- Access to the most advanced High Performance Computing facilities in Europe
- Technical and logistic support from participating HPC centres

**Apply for a grant or invite a colleague abroad to visit your institute.**